



**Profesor  
Aldo del Águila**



# **ARITMÉTICA**

**GRUPO PITÁGORAS**



## I. PROGRESIÓN ARITMÉTICA (PA):

**Ejemplos:** PA: 8; 21; 34; 47;.....; 723  
 $\swarrow \quad \swarrow \quad \swarrow$   
 $+13 \quad +13 \quad +13$   
 $r = 13$

### 1) Término de lugar «n» ( $t_n$ ):

$$t_n = t_1 + (n - 1).r$$

$t_1$  : primer término  
 $r$ : razón

**Ejemplos:**

$n = 17 \rightarrow t_{17} = 8 + (16) \times 13 = 216$

$n = 21 \rightarrow t_{21} = 8 + (20) \times 13 = 268$

### 2) Número de términos (N):

$$\text{Número de términos} = \left( \frac{\text{último término} - \text{primer término}}{\text{razón}} \right) + 1$$

**Ejemplos:**  $N = \left( \frac{723 - 8}{13} \right) + 1$   
 $N = 56$

### 3) Suma de términos (S):

$$\text{Suma} = \left( \frac{\text{último término} + \text{primer término}}{2} \right) \left( \text{número de términos} \right)$$

**Ejemplos:**  $S = \left( \frac{723 + 8}{2} \right) (56)$   
 $S = 20468$



## Sucesión de segundo orden:

### Ejemplo:

$$\begin{array}{cccccc}
 t_0 & t_1 & t_2 & t_3 & t_4 & t_5 \\
 c = & 10 & 13 & 20 & 31 & 46 & 65; \dots; 830 \\
 a + b = & 3 & 7 & 11 & 15 & 19 \\
 2.a = & 4 & 4 & 4 & 4 & 4 & r = 4
 \end{array}$$

## Término de lugar "n" ( $t_n$ ):

$$t_n = an^2 + bn + c$$

$$\begin{array}{ccc}
 2.a = 4 & a + b = 3 & c = 10 \\
 a = 2 & 2 + b = 3 & \\
 & b = 1 & 
 \end{array}$$

$$\Rightarrow t_n = 2n^2 + n + 10$$

$$n = 10 \Rightarrow t_{10} = 2(10^2) + 10 + 10 \Rightarrow t_{10} = 220$$

## Número de términos (N):

### Ejemplo:

$$t_n = 2n^2 + n + 10 = 830 \Rightarrow 2n^2 + n - 820 = 0$$

$$\begin{array}{cc}
 2n & 41 \\
 n & -20
 \end{array}$$

$$2n + 41 = 0 \quad \vee \quad n - 20 = 0$$

$$n = -\frac{41}{2} \quad \times \quad \vee \quad n = 20 \quad \checkmark$$

## Suma (S):

### Ejemplo:

$$S = 13C_1^{20} + 7C_2^{20} + 4C_3^{20}$$

$$S = (13)(20) + (7)\left(\frac{20 \times 19}{2}\right) + 4\left(\frac{20 \times 19 \times 18}{2 \times 3}\right)$$

$$\Rightarrow S = 6150$$



## Progresión geométrica:

### Ejemplo:

3; 6; 12; 24; 48; .....; 12288

  
 $\times 2 \quad \times 2 \quad \times 2 \quad \times 2$

$$k = 2 \quad a_1 = 3$$

## Término de lugar "n" ( $a_n$ ):

$$a_n = a_1 \cdot k^{n-1}$$

$a_1$ : primer término

$k$ : razón

### Ejemplos:

$$n = 7 \quad \Rightarrow \quad a_7 = 3 \times 2^6 \quad \Rightarrow \quad a_7 = 192$$

$$n = 9 \quad \Rightarrow \quad a_9 = 3 \times 2^8 \quad \Rightarrow \quad a_9 = 768$$

## Número de términos (N):

### Ejemplo:

$$a_n = 3 \times 2^{n-1} = 12288$$

$$2^{n-1} = 4096$$

$$2^{n-1} = 2^{12}$$

$$\Rightarrow n = 13$$

## Suma (S):

$$S = a_1 \cdot \left( \frac{k^n - 1}{k - 1} \right)$$

$a_1$ : primer término

$k$ : razón

### Ejemplo:

$$S = 3 \left( \frac{2^{13} - 1}{2 - 1} \right) \quad \Rightarrow \quad S = 24\,573$$

## II. CANTIDAD DE CIFRAS (CC):

Sea la sucesión:

1; 2; 3; 4; ....; N

Donde N tiene «k» cifras

Entonces la cantidad de cifras es:

$$CC = k(N + 1) - \underbrace{11 \dots 11}_{k \text{ cifras}}$$

### Ejemplos:

¿Cuántos tipos de imprenta se han utilizado para la numeración de las 237 páginas de un libro?

### Observación:

\* tipos de imprenta → cifras

## Solución:

Páginas del libro:

1; 2; 3; 4;...; 237

$$N = 237 \quad k = 3$$

$$CC = k(N + 1) - \underbrace{11 \dots 11}_{k \text{ cifras}}$$

$$CC = 3 \times (237 + 1) - 111$$

$$CC = 603$$

Si $k = 2$	Si $k = 4$	Si $k = 5$
11	1111	11111



## III. MÉTODO COMBINATORIO:

¿Cuántos números de 3 cifras no contienen al 2 ni al 5 en su escritura?

**Solución:**

$$a \neq 0$$

$\overline{abc}$   
↓ ↓ ↓

1 0 0

3 1 1

4 3 3

6 4 4

7 6 6

8 7 7

9 8 8

9 9

$$7 \times 8 \times 8 = 448$$

$$a \neq 2, \quad a \neq 5$$

$$b \neq 2, \quad b \neq 5$$

$$c \neq 2, \quad c \neq 5$$

cifras < base

$$b < 10 \quad c < 10$$

**CLAVE: B) 448**

cifras < base

$$a < 10$$

- 1) ¿Cuántos números de la forma  $(a+2)(c/3)(a-3)((b-3)/2)(c-2)$  existen?  
 A) 48      B) 618      ~~C) 150~~      D)  $9 \times 10^4$       E) 384

$$\frac{b-3}{2} = m$$

$$(a+2) \left( \frac{c}{3} \right) (a-3) \left( \frac{b-3}{2} \right) (c-2)$$

a  
↓  
4 5 6 7 8 9

c  
↓  
3 6 9

m  
↓  
0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

$$5 \times 3 \times 10 = 150$$

CIFRAS < BASE



## CEPREUNI 2019 II

- 2) ¿Cuántos números naturales de 3 cifras del sistema de base ocho siempre utilizan la cifra 4 en su escritura?
- A) 180      B) 294      C) 114      ~~D) 154~~      E) 256

TOTAL DE CASOS

$a \neq 0$

$\overline{abc}_{(8)}$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

1 0 0  
2 1 1  
3 2 2  
4 3 3  
5 4 4  
6 5 5  
7 6 6  
7 7 7

$$7 \cdot 8 \cdot 8 = 448$$

LO CONTRARIO

$\overline{abc}_{(8)}$

$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$

1 0 0  
2 1 1  
3 2 2  
5 4 4  
6 5 5  
7 6 6  
7 7 7

$$6 \cdot 7 \cdot 7 = 294$$

$a \neq 4$

$b \neq 4$

$c \neq 4$

$$x = 448 - 294$$

$$\therefore x = 154$$



3) ¿Cuántas páginas tiene un libro que en sus cien últimas páginas se han usado 236 cifras?

A) 165

B) 164

C) 136

~~D) 135~~

E) 134

# DE PÁGINAS DE 3 CIFRAS:  $x$ .

# DE PÁGINAS DE 2 CIFRAS:  $y$

DATO:  $2(x + y) = 100 \times 2$       DATO:  $3x + 2y = 236$

$$3x + 2y = 236$$

$$2x + 2y = 200$$

$\downarrow (-)$

$$x = 36$$

100; 101; 102; 103; ...; 135

36 PÁGINAS

∴ 135 PÁGINAS



**CEPREUNI 2019 II**

4) Calcule el último término de la siguiente serie aritmética  $\overline{a8b}$ ;  $\overline{a93}$ ;  $\overline{b04}$ ;  $\overline{ba5}$ ;  $\overline{bbc}$ ; ....

Sabiendo que tiene  $\overline{abc}$  términos.

A) 1625

~~B) 1557~~

C) 1728

D) 1520

E) 1493

$\overline{a8b}$ ,  $\overline{a93}$ ,  $\overline{b04}$ ,  $\overline{ba5}$ ;  $\overline{bbc}$ , ...

$$r = 11$$

$$r = 11$$

$$r = 11$$

$$r = 11$$

$$\overline{a8b} +$$

$$11$$

$$\hline \overline{a93}$$

$$1 = \overline{a93} +$$

$$11$$

$$\hline \overline{b04}$$

$$b = 2$$

$$a = 1$$

$$\overline{ba5} +$$

$$11$$

$$\hline \overline{bbc}$$

$$c = 6$$

$$\overline{a8b} = 182$$

$$r = 11$$

$$N = \overline{abc} = 126$$

$$t_n = t_1 + (n-1) \cdot r$$

$$t_{126} = 182 + 125(11)$$

$$\therefore t_{126} = 1557$$



CEPREUNI 2019 II

5) Dada la siguiente progresión aritmética  $ab_{(x)}$ ,  $ba_{(x+1)}$ ,  $88_{(x+2)}$ , ...,  $64(x+1)_{(9)}$ , ¿Cuántos términos tiene?

A) 18

B) 19

C) 20

D) 21

E) 22

CIFRAS < BASE

$$\overline{ab}_{(x)} : \overline{ba}_{(x+1)} : \overline{88}_{(x+2)} : \dots : \overline{64(x+1)}_{(9)}$$

$$8 < x+2$$

$$x+1 < 9$$

$$6 < x$$

$$x < 8$$

$$6 < x < 8$$

$$x = 7$$

$$\overline{20}_{(7)} : \overline{02}_{(8)} : \overline{88}_{(9)} : \dots : \overline{648}_{(9)}$$

$$\overline{20}_{(7)} + \overline{88}_{(9)} = 2(\overline{02}_{(8)})$$

$$7 \cdot 2 + 0 + 8 \cdot 9 + 8 = 2(80 + 2)$$

$$5a + 80 = 15b$$

$$a + 16 = 3b$$

$$a < 7$$

$$b < 7$$

$$a = 2$$

$$b = 6$$

$$\overline{20}_{(7)} : \overline{02}_{(8)} : \overline{88}_{(9)} : \dots : \overline{648}_{(9)}$$

$$20 : 50 : 80 : \dots : 530$$

$$r = 30 \quad r = 30$$

$$N = \left( \frac{t_n - t_1}{R} \right) + 1$$

$$N = \left( \frac{530 - 20}{30} \right) + 1$$

$$\therefore N = 18$$



CEPREUNI 2019 II

- 6) Para escribir todos los números enteros y positivos hasta el número  $\overline{ab1}$  se han empleado una cantidad de cifras que es igual a un número de 3 cifras consecutivas crecientes. Indique el valor que toma  $(a + b)$ .

A) 2

B) 5

C) 6

D) 4

E) 7

$n(n+1)(n+2)$  CIFRAS

$1, 2, 3, 4, 5, \dots, \overline{ab1}$

$$CC = K(n+1) - \underbrace{111 \dots 11}_{K \text{ CIFRAS}}$$

$$n(n+1)(n+2) = 3(\overline{ab1} + 1) - 111$$

$$(n+1)(n+2)(n+3) = 3(\overline{ab2})$$

$$n = \overline{ab1}$$

$$K = 3$$

$$\overline{ab2} \times$$

$$3$$

$$(n+1)(n+2)(n+3)$$

$$n+3 = 6$$

$$n = 3$$

REEMPLAZANDO

$$\overline{ab2} \times$$

$$3$$

$$456$$

$$\overline{ab2} = 152$$

$$a = 1 \quad b = 5$$

PIDEN:

$$\therefore a + b = 6$$



7) Dado:  $\overline{abc}^{67}$ ;  $\overline{abc}^{68}$ ; ...  $\overline{abc}^{xyz}$  Cuántas cifras se ha empleado si desde 1 hasta  $xyz$  existen 927 cifras.

A) 1640

B) 1641

C) 1642

D) 1643

E) 1644

DATO: 927 CIFRAS

1, 2, 3, 4, ...,  $\overline{xyz}$   
34.

N =  $\overline{xyz}$ 

K = 3

$$CC = K(N+1) - \underbrace{111...1}_{K \text{ CIFRAS}}$$

$$927 = 3(\overline{xyz} + 1) - 111$$

$$1038 = 3(\overline{xyz} + 1)$$

$$346 = \overline{xyz} + 1$$

$$345 = \overline{xyz}$$

$\overline{abc}^{67}$ ;  $\overline{abc}^{68}$ ;  $\overline{abc}^{69}$ ; ...;  $\overline{abc}^{345}$

927 CIFRAS

1, 2, 3, ..., 66;  $\overline{67}$ ;  $\overline{68}$ ;  $\overline{69}$ ; ...; 345

N = 66 K' = 2

$$CC' = K'(N+1) - \underbrace{111...1}_{K' \text{ CIFRAS}}$$

$$927 - 123 = 804$$

$$CC' = 2(66+1) - 11$$

$$CC' = 123$$

$\overline{abc}^{67}$ ;  $\overline{abc}^{68}$ ;  $\overline{abc}^{69}$ ; ...;  $\overline{abc}^{345}$

$$N = \text{ÚLTIMO} - \text{PRIMERO} + 1$$

279 VECES

$$N = 345 - 67 + 1$$

$$N = 279$$

TÉRMINOS

$$279 \times 3 = 827 \text{ CIFRAS}$$

PÍDEN:

$$804 + 827 = 1641$$



8) ¿Cuántos números de cuatro cifras diferentes en base ocho tiene una cifra 5 por lo menos?

A) 625

~~B) 750~~

C) 810

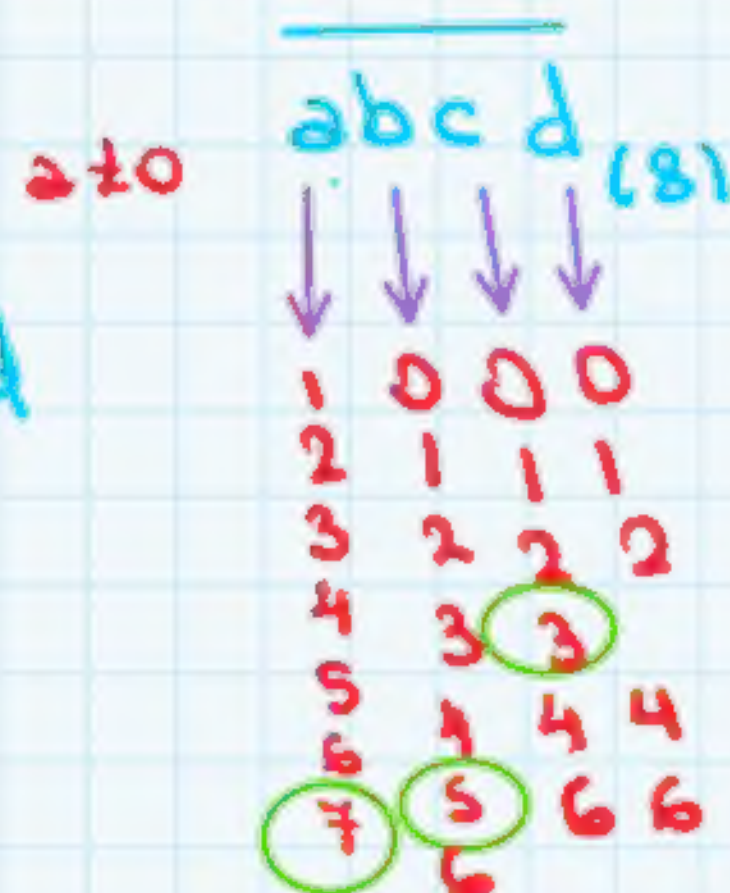
D) 1250

E) 1500

TOTAL DE CASOS

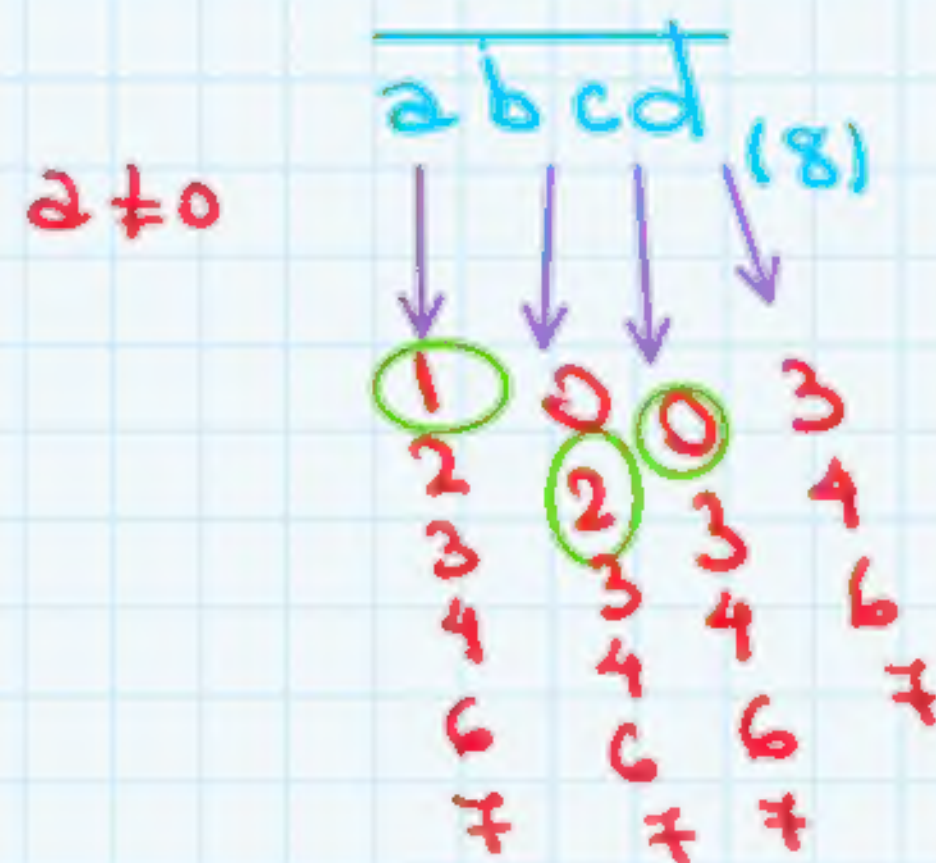
DATO:

$$a \neq b \neq c \neq d$$



$$7 \times 7 \times 6 \times 5 = 1470$$

CASOS CONTRARIOS



$$a \neq 5$$

$$b \neq 5$$

$$c \neq 5$$

$$d \neq 5$$

$$6 \times 6 \times 5 \times 4 = 720$$

$$\therefore 1470 - 720 = 750$$



## CEPREUNI 2020 I

9) Determine el sistema de numeración en el cual los números: 12; 17 y 24 forman una progresión aritmética creciente.

A) Heptanario

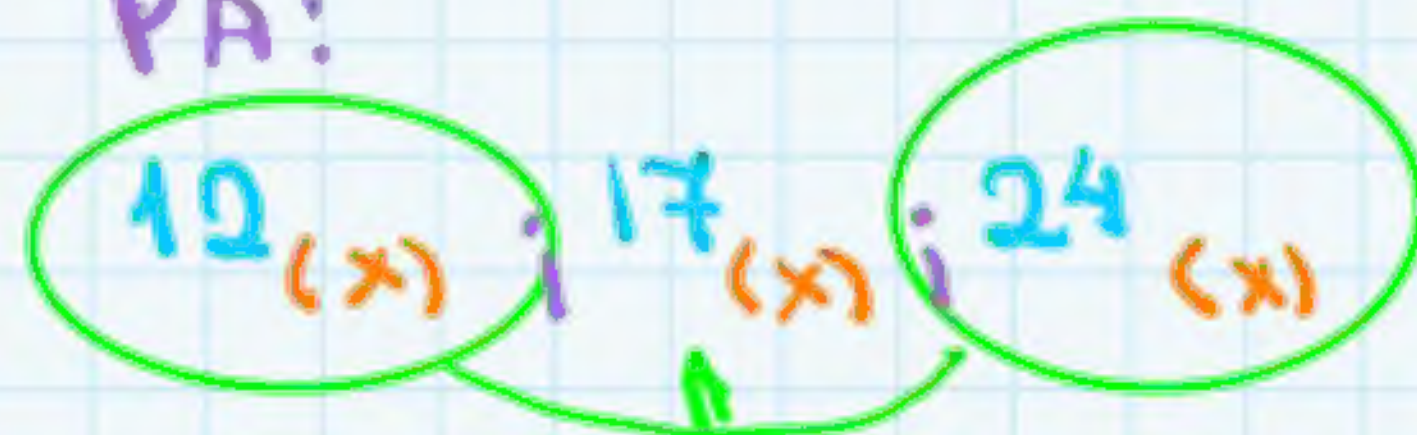
~~B) Octonario~~

C) Nonario

D) Undecimal

E) Decimal

PA:



$$12_{(x)} + 24_{(x)} = 2(17_{(x)})$$

$$x+2 + 2x+4 = 2(x+7)$$

$$3x+6 = 2x+14$$

$$x = 8$$

∴ OCTONARIO



10) Se tiene la progresión aritmética  $a, \overline{bc}, \overline{db}, \overline{de}, \dots$ , calcule la suma de los 10 primeros términos sabiendo que

$$t_{100} = \overline{(c-b)03}$$

A) 280

B) 300

C) 320

~~D) 380~~

E) 390

PA:

$$a; \overline{bc}; \overline{db}; \overline{de}; \dots$$

$$b=1$$

$$d=2$$

$$a; \overline{1c}; 21; \overline{2e}; \dots$$

$$t_3 = 21$$

$$t_{100} = \overline{(c-b)03}$$

$$t_n = t_1 + (n-1)r$$

$$t_3 = 2 + 2r = 21$$

$$t_{100} = 2 + 99r = \overline{(c-b)03}$$

$$\begin{array}{r} 2 + 99r = \overline{(c-b)03} \\ 2 + 2r = 21 \end{array}$$

$$97r = \dots 2$$

$$97(6) = \dots 2$$

$$r = 6$$

REEMPLAZANDO:

$$t_3 = 2 + 2r = 21$$

$$2 + 2(6) = 21$$

$$2 = 9$$

$$PA: \quad \overline{9}, 15; 21;$$

$$r=6 \quad r=6$$

$$SUMA = 9C_1^{10} + 6C_2^{10}$$

$$SUMA = 9 \times 10 + 6 \times 45$$

$$\therefore SUMA = 360$$

$$C_1^{10} = 10$$

$$C_2^{10} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$